




## Magische Informatik



**Workshop bei der 14. Landestagung der  
Informatiklehrkräfte am 7. März 2020  
an der Universität Rostock**

Dr.-Ing. U. Kiesmüller  
 Simon-Marius-Gymnasium Gunzenhausen  
 uki.mue@t-online.de


Informatische Bildung in Baden-Württemberg

---

---

---

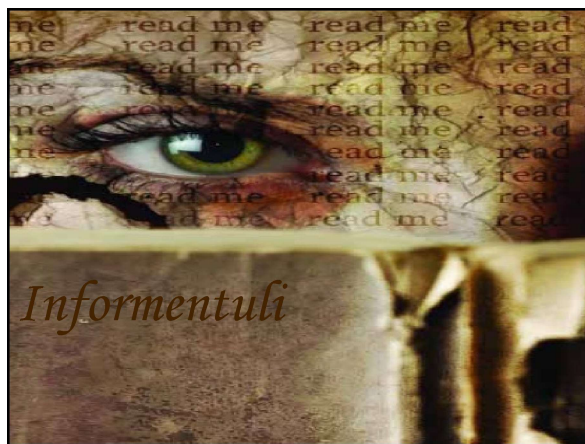
---

---

---

---

---




---

---

---


---

---

---


---

---



## zur Person

- Staatsexamen in Mathematik und Physik
- 15 Jahre lang Gymnasiallehrer in diesen Fächern
- berufsbegleitendes Informatikstudium mit Staatsexamen in Informatik als Erweiterungsfach
- 3 Jahre lang Gymnasiallehrer in allen genannten Fächern
- 2006 – 2011: Vollzeitabordnung an die Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Didaktik der Informatik (<http://ddi.informatik.uni-erlangen.de/>)
- Kontakte zu Jonathan Black und Paul Curzon (Queen Mary University of London)
- seit September 2011: Gymnasiallehrer in Mathematik, Physik, Informatik am Simon-Marius-Gymnasium in Gunzenhausen


Informatische Bildung in Baden-Württemberg

uki.mue@t-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium Gunzenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

4

# Magische Informatik



■ Konzept „Magic of Computer Science“ im Rahmen von *Computer Science for Fun* der Queen Mary University of London (<http://www.cs4fn.org/magic>)



■ Partner für den deutschsprachigen Raum seit 2009 (<http://www.cs4fn.org/magic>)

 Informatische Bildung in Wackelburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de  
"Magische Informatik"  
Simon-Marius-Gymnasium, Guntzenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

6

# 21 Karten



■ erneutes Auflegen

■ nur noch mittlere drei Reihen möglich

■ erneute Angabe der Spalte, in der die Karte liegt

■ weitere Drittelung => ursprüngliche Suchmenge geneuntelt

■ restliche Karten wieder vor und hinter den gewählten Stapel



 Informatische Bildung in Wackelburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de  
"Magische Informatik"  
Simon-Marius-Gymnasium, Guntzenhausen

---

---

---

---


---

---

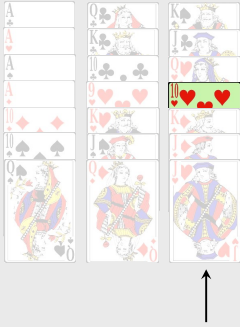
---


---

21 Karten



- erneutes Auflegen
- nur noch mittlere der drei mittleren Reihen möglich
- erneute Angabe der Spalte, in der die Karte liegt
- gesuchte Karte identifiziert wegen weiterer Drittelung → ursprüngliche Suchmenge in 27 Teile zerlegt
- restliche Karten wieder vor und hinter den gewählten Stapel → bereits identifizierte Karte erscheint in der Mitte





Informatische Bildung in Mecklenburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de

"Magische Informatik"

Simon-Marius-Gymnasium, Gutzmerhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

21 Karten



- Prinzip „divide and conquer“
- effektives Suchverfahren in geordneten Listen
- üblicher Weise Zerlegung in jeweils zwei Teile (*binäres* Suchen)
- Implementierung auch mit drei Teilen leicht möglich
- generell gilt:
  - Korrektheit von Algorithmen muss im Vorhinein bewiesen werden
  - dies kann nicht durch Testen aller Möglichkeiten geschehen





Informatische Bildung in Mecklenburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de

"Magische Informatik"

Simon-Marius-Gymnasium, Gutzmerhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

21 Karten



- Implementierung als BlueJ-Projekt
- Verallgemeinerung auf *ternäres Suchen* als BlueJ-Projekt





Informatische Bildung in Mecklenburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de

"Magische Informatik"

Simon-Marius-Gymnasium, Gutzmerhausen

---

---

---

---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

## Übersinnliche Kräfte

- Abheben ändert nichts an der „zyklischen Reihenfolge“
- Abziehen der obersten 5 Karten  
→ zwei Stapel, wobei einer die Karten in umgekehrter Reihenfolge des anderen enthält (*palindromischer* Stapel)
- Zuschaueraktion ändert wiederum nicht die Reihenfolge sondern nur die oberste Karte
- Durchführung von z. B. zwei Bewegungen
- verschiedene Verteilungsmöglichkeiten
- Aktionsende immer, wenn oberste Karten den selben Wert besitzen

Informatische Bildung in Mecklenburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de  
"Magische Informatik"  
Simon-Marius-Gymnasium, Gützerhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

## Übersinnliche Kräfte

- etwas mathematischer:
  - Karten von  $n$  bis 1 in einem und von 1 bis  $n$  im anderen Stapel
  - $n-1$  Züge in beliebiger Verteilung:  
 $a$  Züge im ersten,  $b$  Züge im zweiten Stapel  
 $a + b = n - 1 \rightarrow b = n - 1 - a$
  - Endposition im ersten Stapel:  
 $n - a$
  - Endposition im zweiten Stapel:  
 $1 + b = 1 + n - 1 - a = n - a$
- unabhängig von  $a$  sind die „End“-Kartenwerte in den beiden Stapeln gleich

Informatische Bildung in Mecklenburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de  
"Magische Informatik"  
Simon-Marius-Gymnasium, Gützerhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

# Übersinnliche Kräfte

- Algorithmus basierend auf diesen Ideen
- diesmal auch Wiederholungen und Variablen enthalten
  - ordne die Karten: Herz 1,2,3,4,5; Pik 1,2,3,4,5
  - (Zuschauer hebt beliebig oft ab)
  - zähle fünf Karten von oben zu erstem Stapel ab
  - verwende den Rest als zweiten Stapel
  - setze Zähler n auf 4
  - wiederhole bis n gleich 1 ist:
    - Zuschauer wählt Zahl k zwischen 0 und n
    - bewege in Stapel1 k Karten von oben nach unten
    - bewege in Stapel2 n-k Karten von oben nach unten
    - lege die obersten Karten beider Stapel als Paar zur Seite
    - verringere n um 1
  - zeige alle Kartenpaare
- Implementierung als BlueJ-Projekt

uki.mue@i-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium Gunzenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

# and now ... it's your turn

- Ein unglaubliches Gedächtnisexperiment  
(Einführung Binärzahlen)
- Gedankenkontrolle  
(Korrektheitsbeweise von Algorithmen)
- Außerhalb-Körper-Wahrnehmungen  
(Fehlererkennung und -korrektur bei Nachrichtenübermittlung)
- Zukunftsvorhersage  
(Radix-Sort-Algorithmus)
- Quadrat des Schicksals  
(gefilterte Rückprojektion in der Medizin)
- Kasper raus  
(Fehlervermeidung bei Informatiksystemen)
- Lottovorhersage  
(Hoare-Kalkül)
- Menschlicher Lügendetektor  
(embedded systems)
- Das führende As  
(Aufmerksamkeitsfokus)

uki.mue@i-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium Gunzenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Das führende As

- Asse jeweils unter Stapel von 3 Karten legen und zu einem Stapel zusammenführen
- erste vier Karten auslegen
- eine Karte im Reststapel von oben nach unten legen
- weitere Karten auslegen
- erste zwei Stapel entfernen
- unterste Karten der letzten beiden Stapel tauschen

uki.mue@t-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium, GutsMuths-Universität

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Das führende As

- Fokus der Aufmerksamkeit sehr wichtig für Design von graphischen Benutzungsoberflächen
- Naive Lösung: Klare Instruktionen auf Bildschirm
- Aufmerksamkeit des Benutzenden an anderer Stelle  
→ Instruktionen werden nicht wahrgenommen (z. B. Speichern-Button bei Eingabefeldern)
- Erforschung des Fokus der Aufmerksamkeit mit z. B. **Eye-Trackern**
- erster Blick auf einer Webseite fällt auf die linke obere Ecke
- Eye-Tracker auch Grundlage für Alarmsysteme, die Sekundenschlaf beim Autofahren verhindern

uki.mue@t-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium, GutsMuths-Universität

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Röntgenaugen



- gut gemischtes Kartendeck als Beweis Karten für Zuschauer sichtbar aufgefächert
- Magier merkt sich n-te Karte des Fächers
- Karten als Stapel mit Rückseite nach oben zu Zuschauer, der sich die Zahl x (kleiner als 20) gemerkt hat.
- Zuschauer zieht x Karten einzeln von oben vom Stapel ab
- dann in gleicher Weise  $2^n$  weitere Karten abziehen
- abschließend noch einmal x Karten vom Stapel abziehen
- jetzt jeweils abwechselnd eine Karte von oben auf einen verdeckten Stapel A und eine von unten auf einen verdeckten Stapel B
- Wiederholung bis alle Karten aufgeteilt.
- Zuschauer erhält Stapel B und zieht noch einmal x Karten von oben ab.
- Zuschauer bedeckt Reststapel mit Hand und Magier nennt die oberste Karte – es ist die gemerkte n-te Karte



---

---

---

---

---

---

## Röntgenaugen



- mathematischer:
  - Karte an Stelle  $n$  im (verdeckten) 52-Karten-Stapel
  - $x$  Karten abziehen,  $2 \cdot n$  dazu legen, noch einmal  $x$  Karten dazu  
→ gemerkte Karte an Stelle  $n$  von unten im Stapel mit  
 $x + 2 \cdot n + x = 2 \cdot (x + n)$  Karten
  - Stapel halbieren  
→ gemerkte Karte an Stelle  $n$  von unten im Stapel mit  
 $2 \cdot (x + n) / 2 = x + n$  Karten
  - $x$  Karten abziehen  
→ gemerkte Karte an Stelle  $n$  von unten im Stapel mit  
 $x + n - x = n$  Karten
  - Karte liegt also oben ☺

[illegible]

---

---

---

---

---

---



---

---

---

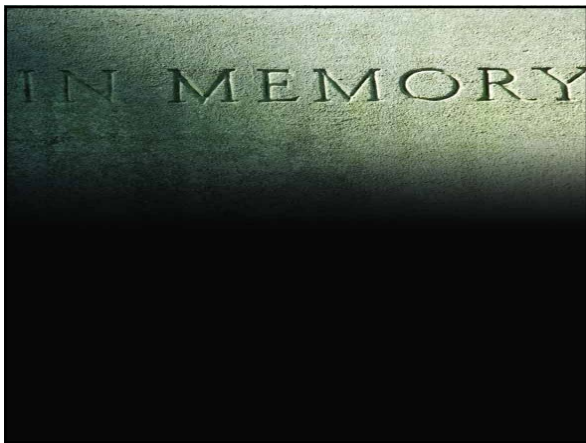
---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---



## Gedankenkontrolle

25

- Beweis der Korrektheit des Algorithmus durch mathematische Verfahren
  - $r_2 + r_3 + r_4 = 26$
  - $s_1 + s_3 + s_4 = 26$
  - $s_1 = s_3 + r_3$
  - $r_2 = s_4 + r_4$
- Einsetzung der beiden letzten Gleichungen in die beiden oberen führt zu
  - $s_4 + r_3 + 2 \cdot r_4 = 26$
  - $2 \cdot s_3 + r_3 + s_4 = 26$
- Gleichsetzung dieser Gleichungen führt zu
  - $s_3 = r_4$

Informatische Bildung in Wackelburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de  
"Magische Informatik"  
Simon-Marius-Gymnasium, Guntzenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

## Außerhalb-Körper-Wahrnehmungen

27

- Trick beruht auf dem Prinzip der Paritätsprüfung
  - zu übermittelnde Nachricht: 0110 0001 1101 0011
  - Umschreibung in Matrixform:
 

0110

0001

1101

0011
  - Ergänzung des Paritätsbits pro Zeile:
 

0110 0

0001 1

1101 1

0011 0
  - Ergänzung des Paritätsbits pro Spalte:
 

0110 0

0001 1

1101 1

0011 0

1001 0

Informatische Bildung in Wackelburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de  
"Magische Informatik"  
Simon-Marius-Gymnasium, Guntzenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

## Außerhalb-Körper-Wahrnehmungen

■ Trick beruht auf dem Prinzip der Paritätsprüfung  
 ■ ein Bit kippt:  
 0110 0  
 0011 1  
 1101 1  
 0011 0  
 1001 0  
 ■ da jetzt in der zweiten Reihe und der dritten Spalte das Paritätsbit nicht zum Inhalt der Spalte/Zeile passt, sofortige Identifizierung des gekippten Bits

uki.mue@t-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium, Gunzenhausen

---

---

---

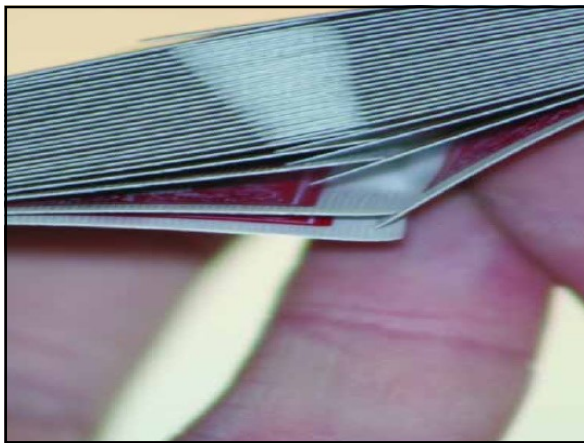
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

## Zukunftsvorhersage

■ „Halbierung“ des Stapels sorgt für Kartenanzahl kleiner als 32  
 ■ erste „geleitete“ Teilung → es bleiben nur die Karten auf den geraden (durch 2 teilbaren) Positionen  
 ■ jetzt bleiben nur Karten auf durch 4 teilbaren Positionen  
 ■ die restlichen Karten liegen auf durch 8 teilbaren Positionen  
 ■ letzte Karte liegt auf der einzigen durch 16 teilbaren Position

uki.mue@t-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium, Gunzenhausen

---

---

---

---

---

---

---

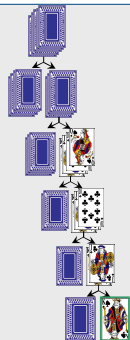
---

## Zukunftsvorhersage



- hier wird das Prinzip des *binären Suchens* effektiv verwendet
- so genannten Radix-Sort-Algorithmus wird als grundlegende Idee ein ähnliches Prinzip verwendet
- mit *Radix-Sort* suchten Computer ehemals aus Lochkarten schnell die jeweils gewünschte heraus

<del>17</del>	<del>17</del>
<del>18</del>	<del>18</del>
<del>19</del>	<del>19</del>
<del>20</del>	<del>20</del>
<del>21</del>	<del>21</del>
<del>22</del>	<del>22</del>
<del>23</del>	<del>23</del>
<del>24</del>	<del>24</del>
<del>25</del>	<del>25</del>
<del>26</del>	<del>26</del>
<del>27</del>	<del>27</del>
<del>28</del>	<del>28</del>
<del>29</del>	<del>29</del>
<del>30</del>	<del>30</del>
<del>31</del>	<del>31</del>
16	



## Quadrat des Schicksals



















- „Werte“ der Karten werden aufaddiert  
 $8 + 11 + 11 + 14 = 44$
- Vorhersage des Magiers stimmt mit Ergebnis überein

34

smg  
simon  
marius  
gymnasium

### Quadrat des Schicksals

- Karten werden vom kleinsten zum größten Kartenwert durchnummeriert
  - 8 = 1, 9 = 2, 10 = 3, Bube = 4, Dame = 5, König = 6, As = 7
- „Werte“ der Karten ergeben sich durch „Nummer“ der Karte (s. o.) und Addition der Konstanten 7
- „Nummern“ der Karten stellen außerdem Summe von Zeilennummer (ab 0) und Spaltennummer (ab 1) dar.
- aus jeder Zeile und Spalte bleibt *genau eine* Karte liegen:  
 $(0+1+2+3) + (1+2+3+4) + 4 \cdot 7 = 44$

0	 $0+1=1$	 $0+2=2$	 $0+3=3$	 $0+4=4$
1	 $1+1=2$	 $1+2=3$	 $1+3=4$	 $1+4=5$
2	 $2+1=3$	 $2+2=4$	 $2+3=5$	 $2+4=6$
3	 $3+1=4$	 $3+2=5$	 $3+3=6$	 $3+4=7$
	1	2	3	4

ukl.muen@t-online.de  
"Magische Informatik"

Simon-Marius-Gymnasium Gutzmerhausen

---

---

---

---

---

---

---


---

35

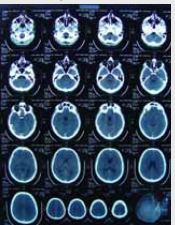
smg  
simon  
marius  
gymnasium

















### Quadrat des Schicksals

- dieses Verfahren wird als „*gefilterte Rückprojektion*“ in der medizinischen Informatik für die Berechnung mehrdimensionaler Bilder aus eindimensionalen Daten eingesetzt



Detectors



0	 $0+1=1$	 $0+2=2$	 $0+3=3$	 $0+4=4$
1	 $1+1=2$	 $1+2=3$	 $1+3=4$	 $1+4=5$
2	 $2+1=3$	 $2+2=4$	 $2+3=5$	 $2+4=6$
3	 $3+1=4$	 $3+2=5$	 $3+3=6$	 $3+4=7$
	1	2	3	4

ukl.muen@t-online.de  
"Magische Informatik"

Simon-Marius-Gymnasium Gutzmerhausen

---

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

---


---

---

---

---

37



simon

marius

gymnasium

Kasper raus

■ Computerprogramme

■ müssen Algorithmen (hier: reine Folge von Anweisungen) fehlerfrei durchlaufen

■ müssen sich vom Benutzenden gut bedienen lassen

■ Berücksichtigung möglicher Benutzungsfehler bereits bei Programmentwicklung

■ Fehleingaben


■ Vergessen des Scheinwerferlichts beim Auto

■ Fehlervermeidung durch

■ Änderung der Anweisungssequenz (z. B. Kartenrücknahme bei Geldautomaten vor Geldausgabe)

■ Hinweise (z. B. Ton bei vergessenem Licht)

■ Fehler hier erwünscht, also kein Hinweis und keine Änderung der Anweisungssequenz



Informatische Bildung in Baden-Württemberg-Vorproben

uki.mue@t-online.de

"Magische Informatik"

Simon-Marius-Gymnasium, Guntzenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---


---

---

---

---

39



simon

marius

gymnasium

Lottovorhersage

■ Summe der Kartenwerte in einer Spalte und den noch nicht gewählten Karten dieser Farbe ist während des gesamten Ablaufs konstant:  
spalte + rest = 15 **invariante**

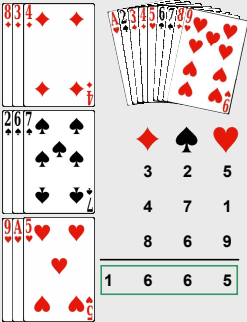
■ am Beginn sind die Spalten leer:  
spalte = 0 , rest = 15


■ somit ist unsere Invariante zu Beginn  
spalte + rest = 0 + 15 = 15 **invariante konstant**

■ während des Ablaufs gilt  
(spalte+x)+(rest-x)=spalte+x+rest-x=15 **invariante konstant**

■ am Ende erreichen wir  
spalte = 15 , rest = 0 also  
spalte + rest = 15 + 0 = 15 **invariante konstant**

**Hoare-Kalkül**





Informatische Bildung in Baden-Württemberg-Vorproben

uki.mue@t-online.de

"Magische Informatik"

Simon-Marius-Gymnasium, Guntzenhausen

---

---

---

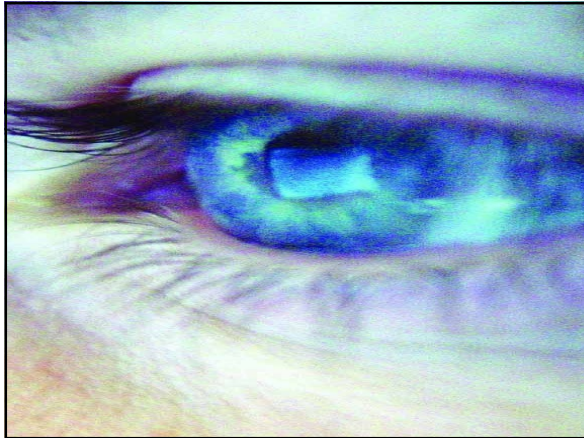
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

## menschlicher Lügendetektor

- „Präparierung“ des Kartenstapels ist Zuschauern unbekannt
- Kartenpack besitzt das, was der Informatiker einen *verborgenen Zustand* nennt
- Beispiel für embedded system (eingebettetes System): Digitaluhr
  - Modus zur Zeitanzeige
  - Modus zur Alarmeinstellung
  - falls nicht erkennbar, welcher Modus aktiv, Fehlschlüsse möglich
- bei Software-Design Beachtung der Sichtbarkeit von verschiedenen (Bedienungs-)Zuständen in der Benutzungsoberfläche
- Vermeidung unsichtbarer Zustände (außer in Fällen, in denen der Benutzende unter keinen Umständen den momentanen Bedienungszustand wissen muss)

Informatische Bildung in Mecklenburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium, Gützenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---

## Literatur

- The Magic of Computer Science: Card Tricks Special or A plethora of pasteboard paradoxes purporting the principles of Computer Science, Peter McOwan and Paul Curzon of the Department of Computer Science, Queen Mary, University of London (URL: <http://www.cs4fn.org>)
- The Magic of Computer Science II – Now we have your attention... : A medley of magnificently magical marvels mischievously manipulating mind mistakes, Peter McOwan, Paul Curzon and Jonathan Black of the School of Electronic Engineering and Computer Science, Queen Mary, University of London (URL: <http://www.cs4fn.org>)

Abbildungsnachweis

- Die Lizenz für die Abbildungen auf den Folien 1, 2, 5, 10, 15, 18, 21, 23, 24, 26, 29, 32, 36, 38 und 40 wurden erworben von istockphoto.com.

Hinweis

- Übergroße Spielkarten gibt es im Zauberbedarf (z. B. unter <http://www.stemaro-magic.de/>).

Informatische Bildung in Mecklenburg-Vorpommern

uki.mue@t-online.de  
 "Magische Informatik"  
 Simon-Marius-Gymnasium, Gützenhausen

---

---

---

---

---

---

---

---



## Kontakt

Dr.-Ing. Ulrich Kiesmüller  
Simon-Marius-Gymnasium Gunzenhausen  
Simon-Marius-Straße 3, 91710 Gunzenhausen  
uki.mue@t-online.de



Informatische Bildung in Mecklenburg-Vorpommern

Dr.-Ing. Ulrich Kiesmueller  
Simon-Marius-Gymnasium Gunzenhausen, uki.mue@t-online.de  
"Magische Informatik"

[illegible]